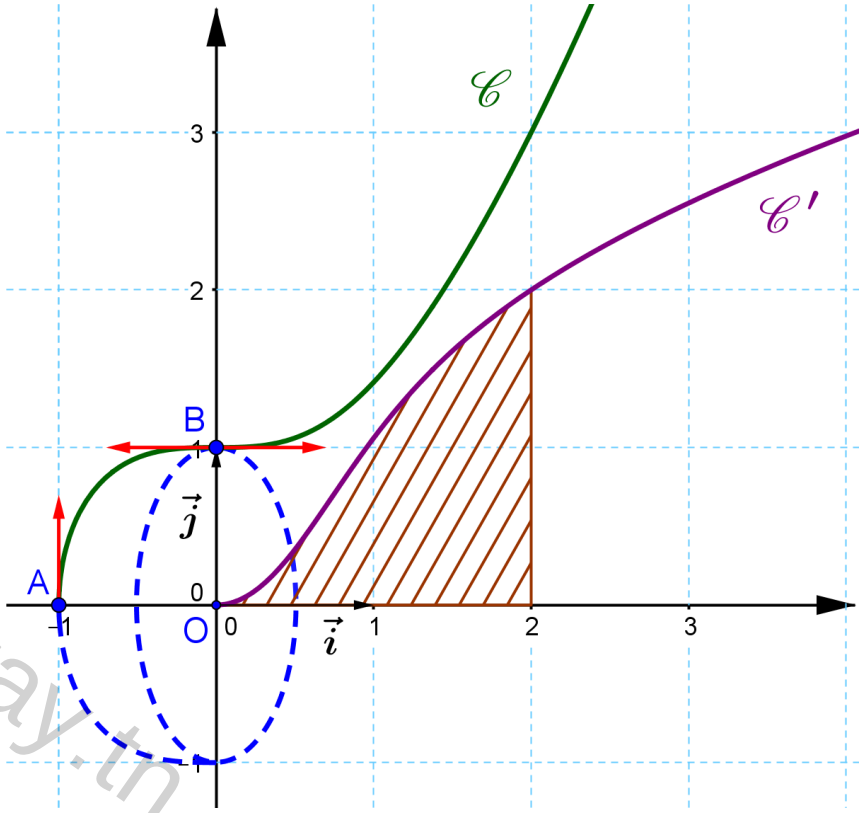
EXERCICE N°4 :	30'	6 points	

Dans la figure ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-1;+\infty[$ et la courbe $\mathscr{C}'$ est celle de la restriction de f' sur $[0;+\infty[$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.



1°) Déterminer, en utilisant le graphique, l'aire $\mathcal{A}$ de la partie hachurée.

Dans la suite de l'exercice, on prend : $f(x)=\sqrt{x^3+1}$.

2°) On munit l'espace d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit **S** le solide de révolution engendré par la rotation de l'arc AB de $\mathscr{C}$ autour de l'axe $(O;\vec{i})$ tel que A (−1 ; 0)et B(0 ; 1).

Calculer le volume $\mathcal{V}$ de **S**.

3°) On pose pour tout entier $n\geq 1$,

$I_n=\int_0^1 x^n F(x)dx$, **où F est la primitive de *f* sur** $[-1;+\infty[$ **qui s'annule en 1**.

a) Calculer $\int_0^1 x^2\sqrt{x^3+1}dx$, en déduire la valeur de I_1.

b) Déterminer le sens de variation de F sur $[-1;+\infty[$,

en déduire le signe de F(x) pour tout $x\in[-1;+\infty[$

c) Montrer que $I_n\leq 0$ pour tout $n\geq 1$.

d) Montrer que la suite (I_n) est croissante, en déduire qu'elle est convergente.

e) Montrer que, pour tout $n\geq 1$, on a : $\frac{F(0)}{n+1}\leq I_n\leq 0$. En déduire la limite de (I_n).

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn